

Grundlagen der Elektrotechnik
Praktikum Teil 2
Versuch B2/4

„Dreiphasensysteme“

Allgemeine und Theoretische Elektrotechnik (ATE)

Elektrotechnik und Informationstechnik
Fakultät für Ingenieurwissenschaften
Universität Duisburg-Essen

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
2	Erzeugung von Drehstrom	1
3	Die Stern-Sternschaltung	3
3.1	Die Stern-Sternschaltung mit verbundenen Sternpunkten	4
3.2	Die Stern-Sternschaltung mit nicht verbundenen Sternpunkten	5
4	Die Dreieck-Dreieckschaltung	7
5	Die Stern-Dreieckschaltung	9
6	Wirkleistung im Drehstromsystem	11
7	Versuchsaufbau	13
8	Versuchsdurchführung	14

1 Einleitung

Bei der Verwendung elektrisch betriebener Geräte mit großem Bedarf an elektrischer Leistung ist es günstiger, die elektrische Energie nicht in Form einer einfachen Wechselspannung bereitzustellen und mit einer Zweidrahtleitung zu übertragen, sondern ein symmetrisches, mehrphasiges Spannungs- und Stromsystem zu erzeugen und mit einer Mehrfachleitung vom Erzeuger zum Verbraucher zu übertragen. Symmetrische Mehrphasensysteme sind dadurch gekennzeichnet, dass die Amplituden der Spannungen zwischen zwei aufeinanderfolgenden Hauptleitern gleiche Werte besitzen, wobei die Phasenwinkel zwischen zwei im Zyklus aufeinanderfolgenden Spannungen eine konstante Differenz aufweisen.

2 Erzeugung von Drehstrom

Von besonderer Bedeutung ist das Dreiphasensystem. Es wird heute nahezu ausschließlich verwendet und hat, bis auf wenige Ausnahmen, die anderen Spannungs- und Stromsysteme verdrängt. Beim Dreiphasensystem, welches auch als Drehstromsystem bezeichnet wird, besitzen bei gleicher Betriebsfrequenz die Spannungen, bei symmetrischer Belastung auch die Ströme, die gleichen Amplituden, aber jeweils um 120° unterschiedliche Phasenwinkel. Wenn die Phasenwinkel zwischen zwei (nach Festlegung einer Durchnummerierung der Systeme) im Zyklus aufeinanderfolgender Spannungen um $+120^\circ$ voneinander verschieden sind, wird das Drehstromsystem als linksdrehend bezeichnet. Bei einem Phasenwinkelunterschied um jeweils -120° wird von einem rechtsdrehenden System gesprochen.

In der Regel wird heute ausschließlich das rechtsdrehende Drehstromsystem verwendet!

Ein solch rechtsdrehendes, symmetrisches Drehstromsystem kann beispielsweise von einem Induktionsgenerator mit rotierendem Magneten erzeugt werden (Synchrongenerator). Der Generator besteht aus einem feststehenden Ständer und einem drehenden Läufer, der in Form eines z. B. gleichstromerregten Magneten mit p Polpaaren ausgeführt ist. Im Ständer werden örtlich um 120° verschoben drei identische Wicklungen untergebracht, in denen von dem umlaufenden Magneten drei zeitlich jeweils um 120° phasenverschobene Spannungen induziert werden. Je nachdem, wie die Enden der Spulen des Drehstromgenerators bzw. des Drehstromverbrauchers miteinander verschaltet werden, wird zwischen der *Sternschaltung* und der *Dreieckschaltung* unterschieden. Bild 1 zeigt einen Drehstromgenerator in Sternschaltung. Würden die Wicklungsstränge auch zeichnerisch um 120° gegeneinander verdreht gezeichnet werden, so würde sich ein Stern mit den Klemmen 1, 2 und 3 als Endpunkte und der Klemme N als gemeinsamer, sogenannter *Neutralpunkt* oder *Sternpunkt* ergeben. Aus zeichentechnischen Gründen wird jedoch die in Bild 1 gezeigte Darstellung favorisiert.

Der Sternpunkt wird sehr häufig herausgeführt und mit der Leiterklemme N verbunden. Zwischen den jeweiligen Klemmen 1, 2 oder 3 und N liegen dann die *Sternspannungen*. Die Scheitelwertzeiger der Sternspannungen sind in Bild 1 mit den entsprechenden Zählpfeilen eingetragen. Für die zeitabhängigen Sternspannungen (Spannungen zwischen Leiter 1, 2 oder 3 und Sternpunkt N) des rechtsdrehenden Dreiphasensystems gilt:

$$\begin{aligned} u_1(t) &= \hat{u} \cdot \cos(\omega t + \varphi_u), \\ u_2(t) &= \hat{u} \cdot \cos(\omega t + \varphi_u - 120^\circ), \\ u_3(t) &= \hat{u} \cdot \cos(\omega t + \varphi_u - 240^\circ). \end{aligned} \quad (1)$$

In komplexer Schreibweise gilt für die in Bild 1 eingetragenen Scheitelwertzeiger der Sternspannungen:

$$\begin{aligned} \hat{u}_1 &= \hat{u} \cdot e^{j\varphi_u}, \\ \hat{u}_2 &= \hat{u} \cdot e^{j(\varphi_u - 120^\circ)}, \\ \hat{u}_3 &= \hat{u} \cdot e^{j(\varphi_u - 240^\circ)}. \end{aligned} \quad (2)$$

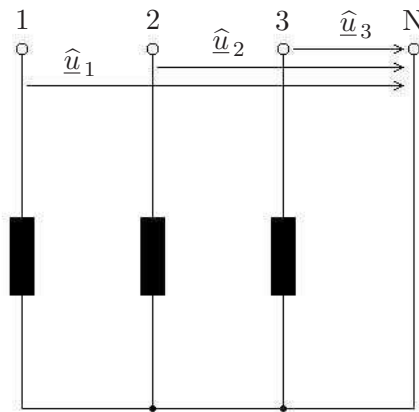


Abbildung 1. Sternschaltung der Generatorspulen mit herausgeführtem Sternpunkt und den Scheitelwertzeigern der Sternspannungen.

Bild 2 zeigt einen Drehstromgenerator in Dreieckschaltung. Würden die Wicklungsstränge zeichnerisch um 120° gegeneinander verdreht dargestellt werden, wobei jeweils das Ende der einen Wicklung und der Anfang der anderen Wicklung miteinander verbunden wäre, dann würde sich ein Dreieck mit den Klemmen 1, 2 und 3 als Dreieckspunkte ergeben. Aus zeichentechnischen Gründen wird jedoch die in Bild 2 gezeigte Darstellung favorisiert.

Zwischen den Klemmen 1, 2 und 3 liegen die *Leiterspannungen*. Die Scheitelwertzeiger der Leiterspannungen sind in Bild 2 mit den entsprechenden Zählpfeilen eingetragen.

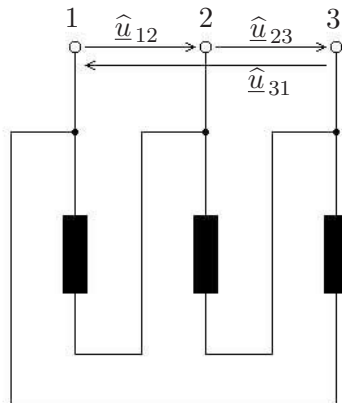


Abbildung 2. Dreieckschaltung der Generatorspulen und Scheitelwertzeiger der Leiterspannungen.

Für die in Bild 2 eingezeichneten Scheitelwertzeiger der Leiterspannungen gilt der Zusammenhang:

$$\begin{aligned}
 \hat{u}_{12} &= \sqrt{3} \cdot \hat{u} \cdot e^{j(\varphi_u + 30^\circ)}, \\
 \hat{u}_{23} &= \sqrt{3} \cdot \hat{u} \cdot e^{j(\varphi_u - 90^\circ)}, \\
 \hat{u}_{31} &= \sqrt{3} \cdot \hat{u} \cdot e^{j(\varphi_u - 210^\circ)}.
 \end{aligned} \tag{3}$$

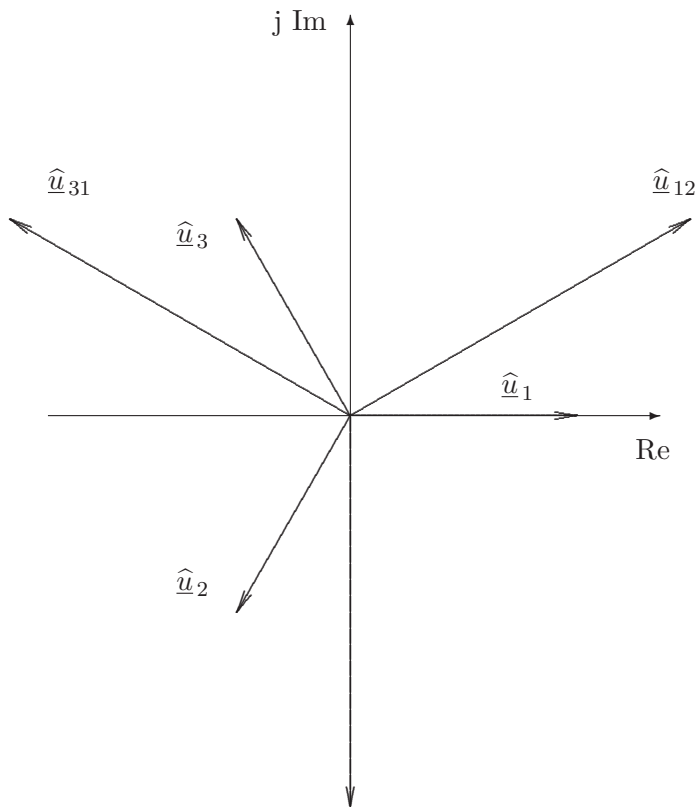


Abbildung 3. Die Scheitelwertzeiger der Stern- bzw. Leiterspannungen.

Für die Scheitelwertzeiger der Sternspannungen und der Leiterspannungen eines rechtsdrehenden Dreiphasensystems gelten somit die folgenden Beziehungen:

$$\begin{aligned}
 \hat{u}_{12} &= \sqrt{3} \cdot \hat{u}_1 \cdot e^{j30^\circ}, \\
 \hat{u}_{23} &= \sqrt{3} \cdot \hat{u}_2 \cdot e^{j30^\circ}, \\
 \hat{u}_{31} &= \sqrt{3} \cdot \hat{u}_3 \cdot e^{j30^\circ}.
 \end{aligned} \tag{4}$$

In einer Sternschaltung sind die an einem Wicklungsstrang zu messenden *Strangspannungen* identisch mit den Sternspannungen. In der Dreieckschaltung sind die an einem Wicklungsstrang zu messenden Strangspannungen identisch mit den Leiterspannungen. In der Sternschaltung kann zwischen den Leiterklemmen 1, 2 oder 3 ebenfalls die Leiterspannung gemessen werden. In der Dreieckschaltung kann jedoch keine Sternspannung gemessen werden.

Ein Vorteil der Sternschaltung ist, dass dem Verbraucher zwei unterschiedliche Spannungswerte (z. B. Effektivwert der Leiterspannungen: 400 V, Effektivwert der Strangspannungen: 230 V) zur Verfügung stehen.

3 Die Stern-Sternschaltung

Werden der Drehstromgenerator und der Drehstromverbraucher jeweils in einer Sternschaltung betrieben, so handelt es sich um eine Stern-Sternschaltung. Dabei kann der Sternpunkt entweder nach außen an die Klemme N geführt werden und somit in die Energieübertragung mit einbezogen werden oder der Sternpunkt bleibt unbeschaltet. In beiden Fällen ergibt sich ein unterschiedliches Betriebsverhalten der Systeme. Für die Summe der Sternspannungen gilt stets:

$$\begin{aligned}
 u_1(t) + u_2(t) + u_3(t) &= \hat{u} \cdot [\cos(\omega t + \varphi_u) + \cos(\omega t + \varphi_u - 120^\circ) + \cos(\omega t + \varphi_u - 240^\circ)], \\
 u_1(t) + u_2(t) + u_3(t) &= 0.
 \end{aligned} \tag{5}$$

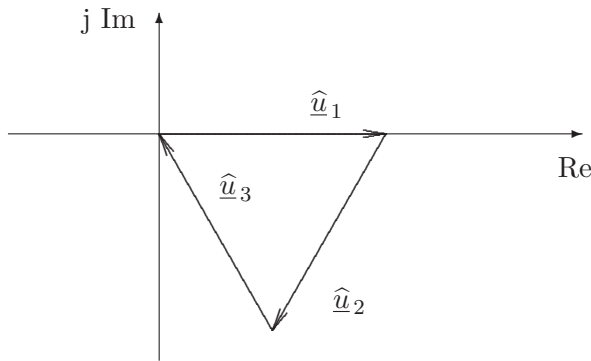


Abbildung 4. Die Summe der Scheitelwertzeiger der Sternspannungen eines symmetrischen Drehstromsystems verschwindet.

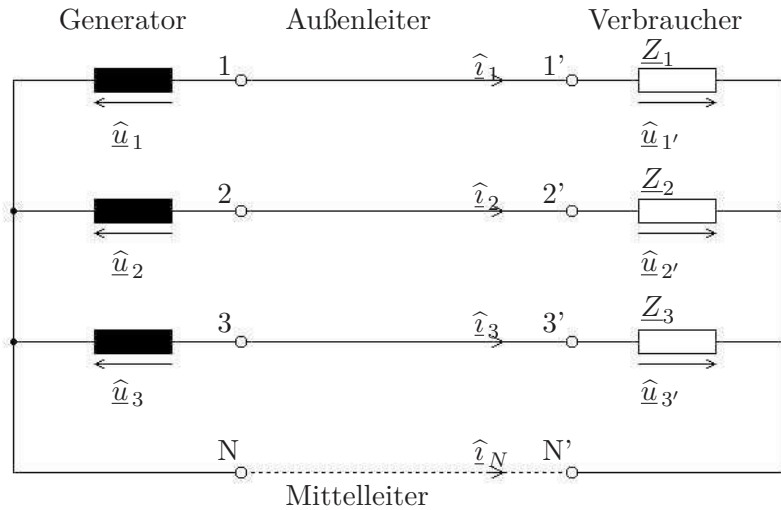


Abbildung 5. Sternschaltung der Generatorspulen und Sternschaltung des Verbrauchers (Stern-Sternschaltung). Der Sternpunkt des Generators und der Sternpunkt des Verbrauchers können wahlweise mit Hilfe des Mittelleiters verbunden werden. Der Mittelleiter ist hier gestrichelt dargestellt.

Die Summe der drei Sternspannungen ist im Drehstromsystem somit zu allen Zeiten stets gleich Null. Entsprechend gilt für die komplexen Scheitelwertzeiger der Sternspannungen:

$$\begin{aligned}
 \hat{u}_1 + \hat{u}_2 + \hat{u}_3 &= \hat{u} \cdot e^{j\varphi_u} \left[1 + e^{-j120^\circ} + e^{-j240^\circ} \right], \\
 \hat{u}_1 + \hat{u}_2 + \hat{u}_3 &= \hat{u} \cdot e^{j\varphi_u} \left[1 + \left(-\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2} \right) + \left(-\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2} \right) \right], \\
 \hat{u}_1 + \hat{u}_2 + \hat{u}_3 &= 0.
 \end{aligned} \tag{6}$$

Bild 4 zeigt die graphische Addition der Scheitelwertzeiger der Sternspannungen. Werden sowohl der Generator als auch der Verbraucher in Sternschaltung betrieben, so sind prinzipiell, wie bereits erwähnt, zwei Schaltungsvarianten möglich. Diese sind in Bild 5 dargestellt. Der Generator und der Verbraucher sind durch drei *Außenleiter* miteinander verbunden. Je nachdem, ob die Sternpunkte des Generators und des Verbrauchers miteinander durch einen *Mittelleiter* verbunden werden oder nicht, werden drei oder vier Übertragungsleitungen benötigt. Wie in Bild 5 zu erkennen ist, ergeben sich bei angeschlossenem Mittelleiter drei voneinander unabhängige Stromkreise.

3.1 Die Stern-Sternschaltung mit verbundenen Sternpunkten

Sind die Sternpunkte des Generators und des Verbrauchers durch den Mittelleiter miteinander verbunden, so gilt für die Scheitelwertzeiger der jeweiligen Sternspannungen (Strangspannungen) des

Generators und des Verbrauchers:

$$\begin{aligned}\widehat{u}_1 &= \widehat{u}_{1'}, \\ \widehat{u}_2 &= \widehat{u}_{2'}, \\ \widehat{u}_3 &= \widehat{u}_{3'}.\end{aligned}\tag{7}$$

Für die Scheitelwertzeiger der *Leiterstromstärken* in den Außenleitern gilt:

$$\begin{aligned}\widehat{i}_1 &= \frac{\widehat{u}_1}{Z_1}, \\ \widehat{i}_2 &= \frac{\widehat{u}_2}{Z_2}, \\ \widehat{i}_3 &= \frac{\widehat{u}_3}{Z_3}.\end{aligned}\tag{8}$$

Die Leiterstromstärken entsprechen den jeweiligen Stromstärken in den entsprechenden Strängen (*Strangstromstärken*) des Generators bzw. des Verbrauchers. Für den Scheitelwertzeiger der Stromstärke im Mittelleiter gilt:

$$\widehat{i}_N = -(\widehat{i}_1 + \widehat{i}_2 + \widehat{i}_3).\tag{9}$$

Im Mittelleiter fließt eine Stromstärke mit dem Scheitelwertzeiger \widehat{i}_N , wenn die Summe der Stromstärken in den Außenleitern nicht verschwindet. Dies ist bei einem symmetrischen Generator dann der Fall, wenn die einzelnen Lastimpedanzen des Verbrauchers unterschiedliche Werte besitzen. Es liegt dann eine *unsymmetrische* Belastung vor. Bild 6 zeigt das Zeigerbild für diesen Fall.

Für den Fall, dass der Generator symmetrisch ist und die Lastimpedanzen des Verbrauchers gleiche Werte besitzen, liegt ein *symmetrisches Drehstromsystem* vor. Der Strom im Mittelleiter verschwindet, d. h. es gilt für diesen Fall:

$$\widehat{i}_N = 0.\tag{10}$$

Dieser Fall wird in der Regel angestrebt. Der Mittelleiter muss dann keine *Ausgleichsstromstärke* übertragen und könnte entfallen. In der Praxis wird dieser Idealzustand jedoch selten erreicht. Daher wird auf den Mittelleiter in der Regel nicht verzichtet. Durch eine geschickte Auswahl an Verbrauchern kann das Drehstromsystem jedoch nahezu symmetrisch gehalten werden. Bei Fernleitungen ist daher der Leiterquerschnitt des Mittelleiters deutlich geringer als der Leiterquerschnitt der Außenleiter.

3.2 Die Stern-Sternschaltung mit nicht verbundenen Sternpunkten

Werden die Sternpunkte nicht miteinander verbunden, so gelten die einfachen Gleichungen zur Bestimmung der Ströme nicht mehr. Die an den Impedanzen des Verbrauchers liegenden Spannungen sind dann nicht mehr die Strangspannungen des Generators. Die Differenzen der Strangspannungen des Generators und die entsprechenden Differenzen der Strangspannungen des Verbrauchers sind jedoch gleich. Sie sind außerdem identisch mit den korrespondierenden Leiterspannungen. Für die Scheitelwertzeiger dieser Spannungen gilt:

$$\begin{aligned}\widehat{u}_{12} &= \widehat{u}_1 - \widehat{u}_2, \\ &= \widehat{u}_{1'} - \widehat{u}_{2'}, \\ \widehat{u}_{23} &= \widehat{u}_2 - \widehat{u}_3, \\ &= \widehat{u}_{2'} - \widehat{u}_{3'}, \\ \widehat{u}_{31} &= \widehat{u}_3 - \widehat{u}_1, \\ &= \widehat{u}_{3'} - \widehat{u}_{1'}.\end{aligned}\tag{11}$$

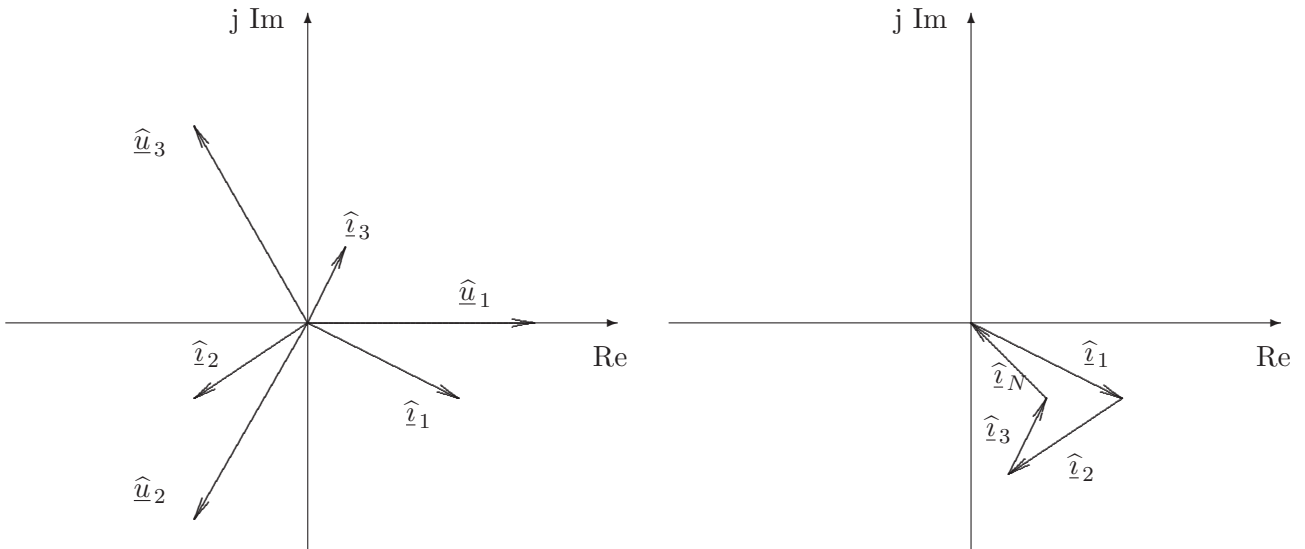


Abbildung 6. Zeigerbild für den unsymmetrisch belasteten symmetrischen Generator in Stern-Sternschaltung mit verbundenen Sternpunkten. Die Summe der Stromstärken in den Außenleitern verschwindet nicht. Es fließt ein Ausgleichsstrom durch den Mittelleiter.

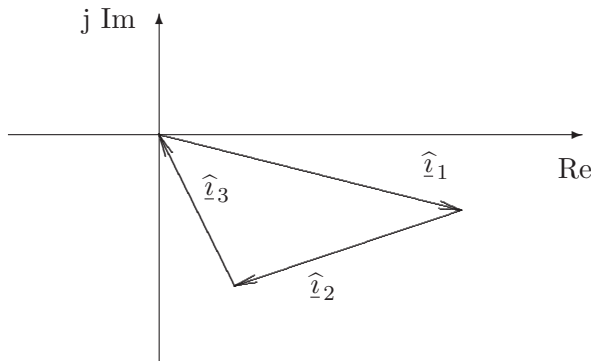


Abbildung 7. Die Summe der Scheitelwertzeiger der Leiterstromstärken eines unsymmetrisch belasteten Drehstromgenerators verschwindet, wenn kein Mittelleiter angeschlossen ist.

Für den Verbraucher gilt weiterhin der Zusammenhang:

$$\begin{aligned}\hat{u}_{1'} &= \underline{Z}_1 \cdot \hat{i}_1, \\ \hat{u}_{2'} &= \underline{Z}_2 \cdot \hat{i}_2, \\ \hat{u}_{3'} &= \underline{Z}_3 \cdot \hat{i}_3.\end{aligned}\tag{12}$$

Da kein Mittelleiter vorhanden ist, muss sowohl bei symmetrischer als auch bei unsymmetrischer Belastung die Summe der Außenleiterstromstärken verschwinden (Erfüllung der Knotenpunktregel in den Sternpunkten!). Bild 7 zeigt das Zeigerdiagramm der Scheitelwertzeiger der Außenleiterstromstärken für den allgemeinen Fall einer unsymmetrischen Belastung. Da wegen des nicht angeschlossenen Mittelleiters kein Ausgleichsstrom durch diesen Leiter fließen kann, gilt stets:

$$\hat{i}_1 + \hat{i}_2 + \hat{i}_3 = 0.\tag{13}$$

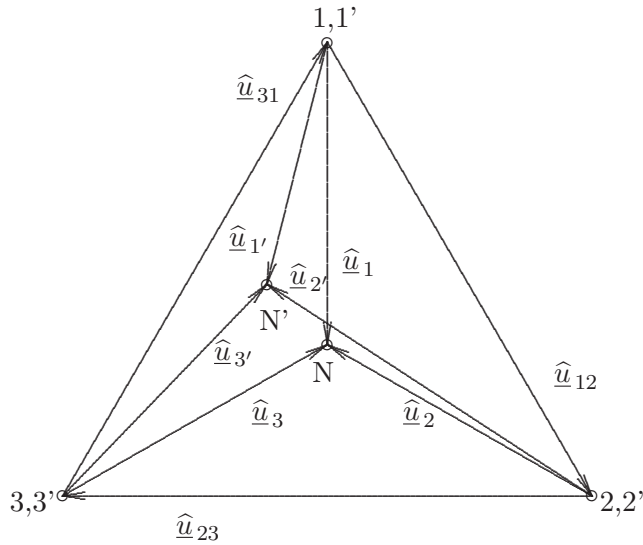


Abbildung 8. Schematische Darstellung der Spannungspfeile der jeweiligen Stern- bzw. Leiterspannungen für die unsymmetrisch belastete Stern-Sternschaltung ohne Mittelleiter. Es sind die Anschlussklemmen des Generators und des Verbrauchers ohne zwischengeschaltete Außenleiter dargestellt. Zwischen diesen Klemmen liegen die mit Hilfe von Scheitelwertzeigern benannten Spannungen.

Wird diese Bedingung und der Zusammenhang zwischen den Strangspannungen und den Leiterspannungen (Gleichungen (11) und (12)) beachtet, so folgt für die Scheitelwertzeiger der Stromstärken in den Außenleitern:

$$\begin{aligned} \hat{i}_1 &= \frac{Z_3 \cdot (\hat{u}_1 - \hat{u}_2) + Z_2 \cdot (\hat{u}_1 - \hat{u}_3)}{Z_1 \cdot Z_2 + Z_1 \cdot Z_3 + Z_2 \cdot Z_3}, \\ \hat{i}_2 &= \frac{Z_1 \cdot (\hat{u}_2 - \hat{u}_3) + Z_3 \cdot (\hat{u}_2 - \hat{u}_1)}{Z_1 \cdot Z_2 + Z_1 \cdot Z_3 + Z_2 \cdot Z_3}, \\ \hat{i}_3 &= \frac{Z_2 \cdot (\hat{u}_3 - \hat{u}_1) + Z_1 \cdot (\hat{u}_3 - \hat{u}_2)}{Z_1 \cdot Z_2 + Z_1 \cdot Z_3 + Z_2 \cdot Z_3}. \end{aligned} \quad (14)$$

Da die Sternpunkte des Generators und des Verbrauchers nicht miteinander verbunden sind, liegen sie in der Regel bei unsymmetrischer Belastung nicht auf dem gleichen *Potential*. Damit tritt zwischen den Sternpunkten eine Spannung auf. Die jeweiligen Strangspannungen des Generators und die Strangspannungen des Verbrauchers können daher verschieden sein. Sie bilden aber das gleiche System von Leiterspannungen. In Bild 8 sind zur Veranschaulichung die Spannungspfeile zwischen den Klemmen schematisch dargestellt. Wegen der unterschiedlichen Strangspannungen des Generators und des Verbrauchers existiert zwischen den Klemmen N und N' eine Spannung, die im Falle eines angeschlossenen Mittelleiters in diesem einen Ausgleichsstrom bewirken würde.

Die Summe der Außenleiterspannungen verschwindet. Somit gilt für die zugehörigen Scheitelwertzeiger:

$$\hat{u}_{12} + \hat{u}_{23} + \hat{u}_{31} = 0. \quad (15)$$

4 Die Dreieck-Dreieckschaltung

Werden der Drehstromgenerator und der Drehstromverbraucher jeweils in einer Dreieckschaltung betrieben, so handelt es sich um eine Dreieck-Dreieckschaltung. Weil die Summe der Außenleiterspannungen eines symmetrischen Drehstromgenerators stets verschwindet, können die Generatorwicklungen in Dreieckschaltung betrieben werden ohne dass ein Ausgleichsstrom auftritt. Die Strangspannungen des Drehstromgenerators und die Strangspannungen des Verbrauchers sind in der Dreieck-

Dreieckschaltung gleich. Sie sind identisch mit den Außenleiterspannungen, und es gilt für die zugehörigen Scheitelwertzeiger gemäß Bild 9:

$$\begin{aligned}\hat{u}_{12} &= \hat{u}_{12'}, \\ \hat{u}_{23} &= \hat{u}_{23'}, \\ \hat{u}_{31} &= \hat{u}_{31'}.\end{aligned}\tag{16}$$

Die Ströme in den einzelnen Strängen können mit Hilfe der Verbraucher-Strangimpedanzen berechnet werden.

Es gilt für die Scheitelwertzeiger der Strangstromstärken des Drehstromverbrauchers:

$$\begin{aligned}\hat{i}_{1'} &= \frac{\hat{u}_{12'}}{\underline{Z}_1}, \\ \hat{i}_{2'} &= \frac{\hat{u}_{23'}}{\underline{Z}_2}, \\ \hat{i}_{3'} &= \frac{\hat{u}_{31'}}{\underline{Z}_3}.\end{aligned}\tag{17}$$

Der Zusammenhang zwischen den Strangstromstärken und den Stromstärken in den Außenleitern ergibt sich gemäß der Kirchhoffschen Knotenpunktregel. Für die Scheitelwertzeiger der Außenleiterstromstärken gilt:

$$\begin{aligned}\hat{i}_1 &= \hat{i}_{1'} - \hat{i}_{3'}, \\ &= \frac{\hat{u}_{12'}}{\underline{Z}_1} - \frac{\hat{u}_{31'}}{\underline{Z}_3}, \\ &= \frac{\hat{u}_{12}}{\underline{Z}_1} - \frac{\hat{u}_{31}}{\underline{Z}_3}, \\ \hat{i}_2 &= \hat{i}_{2'} - \hat{i}_{1'}, \\ &= \frac{\hat{u}_{23'}}{\underline{Z}_2} - \frac{\hat{u}_{12'}}{\underline{Z}_1}, \\ &= \frac{\hat{u}_{23}}{\underline{Z}_2} - \frac{\hat{u}_{12}}{\underline{Z}_1}, \\ \hat{i}_3 &= \hat{i}_{3'} - \hat{i}_{2'}, \\ &= \frac{\hat{u}_{31'}}{\underline{Z}_3} - \frac{\hat{u}_{23'}}{\underline{Z}_2}, \\ &= \frac{\hat{u}_{31}}{\underline{Z}_3} - \frac{\hat{u}_{23}}{\underline{Z}_2}.\end{aligned}\tag{18}$$

Sind die vom Generator erzeugten Spannungen symmetrisch, so sind bei der Dreieck-Dreieckschaltung auch die Spannungen am Verbraucher symmetrisch. Bei einem unsymmetrischen Verbraucher ergeben sich daher unsymmetrische Strangströme und unsymmetrische Außenleiterströme. Die Scheitelwertzeiger für diese unsymmetrische Stromverteilung sind in Bild 10 dargestellt.

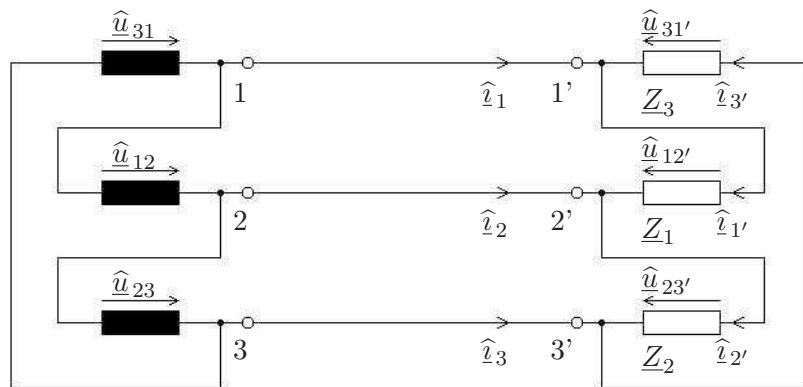


Abbildung 9. Dreieckschaltung der Generatorspulen und Dreieckschaltung des Verbrauchers mit Scheitelwertzeigern der Spannungen und der Ströme.

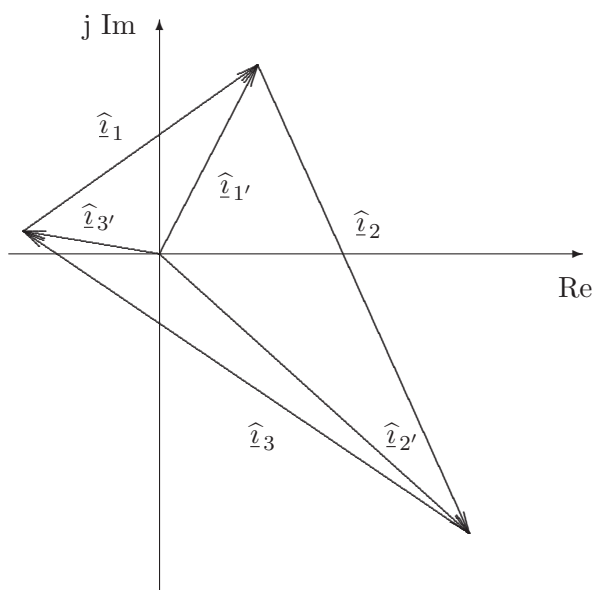


Abbildung 10. Zeigerdiagramm der Stromverteilung in der Dreieck-Dreieckschaltung bei unsymmetrischer Belastung.

5 Die Stern-Dreieckschaltung

Wird der Drehstromgenerator in einer Sternschaltung und der Verbraucher in einer Dreieckschaltung betrieben, so handelt es sich um eine Stern-Dreieckschaltung. Bild 11 zeigt diese Stern-Dreieckschaltung. Die Zusammenhänge zwischen den einzelnen Spannungen ergeben sich gemäß der Kirchhoffschen Ma-

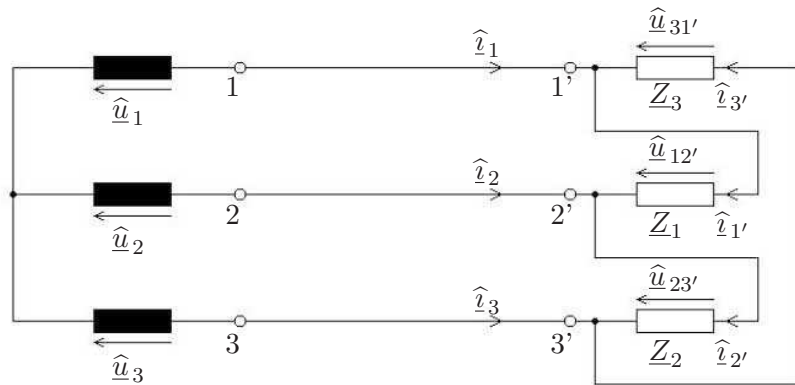


Abbildung 11. Sternschaltung der Generatorspulen und Dreieckschaltung des Verbrauchers mit Scheitelwertzeigern der Spannungen und der Ströme.

schenregel. Es gilt:

$$\begin{aligned}
 \hat{u}_{12'} &= \hat{u}_1 - \hat{u}_2, \\
 &= \underline{Z}_1 \cdot \hat{i}_{1'}, \\
 \hat{u}_{23'} &= \hat{u}_2 - \hat{u}_3, \\
 &= \underline{Z}_2 \cdot \hat{i}_{2'}, \\
 \hat{u}_{31'} &= \hat{u}_3 - \hat{u}_1, \\
 &= \underline{Z}_3 \cdot \hat{i}_{3'}.
 \end{aligned} \tag{19}$$

Die Ströme werden gemäß der Kirchhoffschen Knotenpunktregel ermittelt. Es gilt:

$$\begin{aligned}
 \hat{i}_1 &= \hat{i}_{1'} - \hat{i}_{3'}, \\
 \hat{i}_2 &= \hat{i}_{2'} - \hat{i}_{1'}, \\
 \hat{i}_3 &= \hat{i}_{3'} - \hat{i}_{2'}.
 \end{aligned} \tag{20}$$

Das Zeigerdiagramm der Stromverteilung in der Stern-Dreieckschaltung ist weitgehend identisch mit dem in Bild 10 gezeigten Zeigerdiagramm. Für die Spannungen gilt die Darstellung gemäß Bild 12.

Eine einfache Methode, die Leistungsaufnahme eines Drehstromverbrauchers zwischen zwei Stufen umzuschalten besteht darin, den Drehstromverbraucher entweder in einer Sternschaltung oder alternativ in einer Dreieckschaltung an einen in Sternschaltung betriebenen Generator anzuschalten. Die Umschaltung erfolgt beispielsweise durch einen dreifachen Umschalter.

Wenn der Drehstromverbraucher in Dreieckschaltung betrieben wird, gilt die Schaltung nach Bild 11. Somit liegt die Außenleiterspannung direkt an den Drehstromverbraucherimpedanzen. Wenn der Drehstromverbraucher in einer Sternschaltung betrieben wird, gilt die Schaltung nach Bild 5. Dann liegt die Außenleiterspannung nicht direkt an den Drehstromverbraucherimpedanzen, sondern an einer entsprechenden Reihenschaltung derselben. Dadurch wird eine geringere elektrische Leistung im Verbraucher umgesetzt.

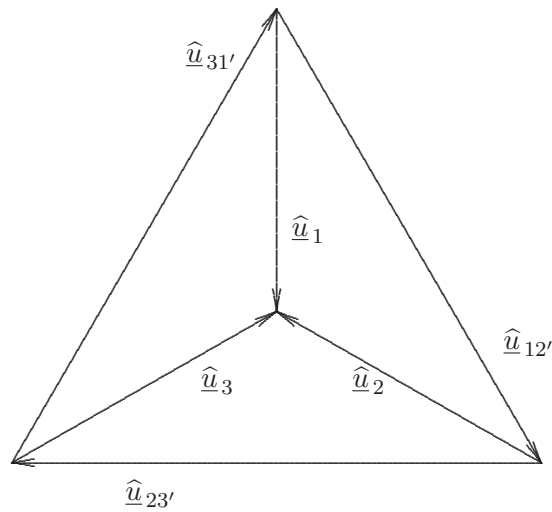


Abbildung 12. Zeigerdiagramm der Scheitelwertzeiger der Spannungen in der Stern-Dreieckschaltung.

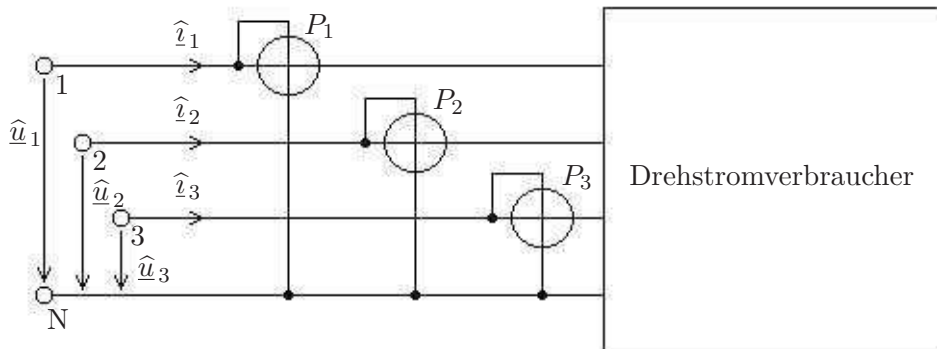


Abbildung 13. Schaltung mit drei Wattmetern zur Messung der vom Drehstromverbraucher mit angeschlossenem Mittelleiter aufgenommenen Wirkleistung.

6 Wirkleistung im Drehstromsystem

Die von einem Drehstromverbraucher aufgenommene, von der Zeit abhängige Leistung ergibt sich aus der Summe der jeweiligen Leistungen in den einzelnen Strängen. Es gilt allgemein mit den jeweiligen Strangspannungen $u_{Str1}(t)$, $u_{Str2}(t)$ und $u_{Str3}(t)$ bzw. den Strangstromstärken $i_{Str1}(t)$, $i_{Str2}(t)$ und $i_{Str3}(t)$:

$$p(t) = u_{Str1}(t) \cdot i_{Str1}(t) + u_{Str2}(t) \cdot i_{Str2}(t) + u_{Str3}(t) \cdot i_{Str3}(t). \quad (21)$$

Wird ein Drehstromverbraucher von einem in Sternschaltung betriebenen Generator mit angeschlossenem Mittelleiter gespeist, so kann die vom Verbraucher aufgenommene Wirkleistung mit Hilfe der in Bild 13 gezeigten Schaltung gemessen werden. In dieser Schaltung werden drei *Wattmeter* zur Bestimmung der Wirkleistung in den einzelnen drei Strängen verwendet. Für die zeitabhängige Leistung gilt:

$$p(t) = u_1(t) \cdot i_1(t) + u_2(t) \cdot i_2(t) + u_3(t) \cdot i_3(t). \quad (22)$$

Wenn der Sternpunkt des Drehstromverbrauchers nicht zugänglich ist, so kann mit Hilfe zusätzlicher Impedanzen ein *künstlicher Sternpunkt* generiert werden, um die in Bild 13 gezeigte Schaltung zur Messung der vom Verbraucher aufgenommenen Wirkleistung zu verwenden.

Eine andere Möglichkeit besteht darin, die sogenannte *Aron-Schaltung* zur Messung der vom Verbraucher im Drehstromsystem ohne angeschlossenen Mittelleiter zu verwenden. Bild 14 zeigt die Aron-Schaltung.

Zum Verständnis der Aron-Schaltung wird die bereits bekannte Gleichung zur Bestimmung der Leistung zunächst erweitert. Es gilt:

$$\begin{aligned} p(t) &= u_1(t) \cdot i_1(t) + u_2(t) \cdot i_2(t) + u_3(t) \cdot (i_3(t) + i_1(t) - i_1(t) + i_2(t) - i_2(t)), \\ &= (u_1(t) - u_3(t)) \cdot i_1(t) + (u_2(t) - u_3(t)) \cdot i_2(t) + u_3(t) \cdot (i_1(t) + i_2(t) + i_3(t)), \\ &= (u_1(t) - u_3(t)) \cdot i_1(t) + (u_2(t) - u_3(t)) \cdot i_2(t), \end{aligned} \quad (23)$$

da für einen Drehstromverbraucher ohne angeschlossenen Mittelleiter stets gilt, dass die Summe der Außenleiterströme verschwindet:

$$i_1(t) + i_2(t) + i_3(t) = 0. \quad (24)$$

Für die Differenz der Spannungen gilt:

$$u_1(t) - u_3(t) = u_{13}(t) \quad (25)$$

und

$$u_2(t) - u_3(t) = u_{23}(t). \quad (26)$$

Somit gilt für die vom Verbraucher aufgenommene Wirkleistung:

$$p(t) = u_{13}(t) \cdot i_1(t) + u_{23}(t) \cdot i_2(t). \quad (27)$$

Somit ist gezeigt, dass die Wirkleistungsaufnahme eines Drehstromverbrauchers auch nur mit zwei Wattmetern gemessen werden kann. Die beiden Wattmeter zeigen im allgemeinen zwei verschiedene Leistungen an. Die von jeweils einem Wattmeter in der Aron-Schaltung angezeigte Leistung besitzt jedoch physikalisch keine Bedeutung. Von physikalischer Bedeutung ist nur die Summe der von beiden Messinstrumenten angezeigten Leistungen.

Für ein symmetrisches Dreiphasensystem gelten besondere Bedingungen. Wenn ein Drehstromverbraucher mit jeweils gleichen Lastimpedanzen an einen symmetrischen Drehstromgenerator bzw. an ein symmetrisches Drehstromnetz angeschlossen wird, so sind sowohl die Scheitelwerte der Strangspannungen als auch die Scheitelwerte der Strangstromstärken gleich. Es gilt dann mit dem Phasenwinkel φ für die Leistung:

$$\begin{aligned} p(t) = \hat{u}_{\text{Str}} \cdot \hat{i}_{\text{Str}} \cdot \left(\cos(\omega t) \cdot \cos(\omega t - \varphi) \right. \\ \left. + \cos(\omega t - 120^\circ) \cdot \cos(\omega t - \varphi - 120^\circ) \right. \\ \left. + \cos(\omega t - 240^\circ) \cdot \cos(\omega t - \varphi - 240^\circ) \right). \end{aligned} \quad (28)$$

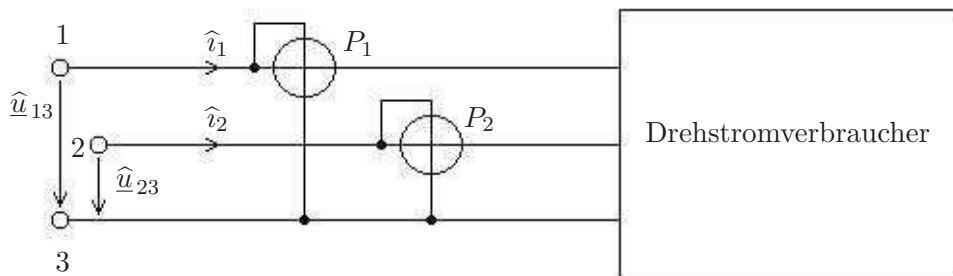


Abbildung 14. Schaltung mit zwei Wattmetern zur Messung der vom Drehstromverbraucher ohne angeschlossenen Mittelleiter aufgenommenen Wirkleistung (Aron-Schaltung)

Die Zusammenfassung der trigonometrischen Ausdrücke dieser Gleichung liefert:

$$\begin{aligned}
 p(t) &= 3 \cdot \frac{\hat{u}_{\text{Str}} \cdot \hat{i}_{\text{Str}}}{2} \cdot \cos(\varphi), \\
 &= \frac{3}{2} \cdot \hat{u}_1 \cdot \hat{i}_1 \cdot \cos(\varphi), \\
 &= P.
 \end{aligned} \tag{29}$$

Während die Leistung im allgemeinen eine zeitabhängige Größe ist, wird sie für ein symmetrisches Dreiphasensystem zeitunabhängig.

Der konstante Wert der Wirkleistung ist ein wesentlicher Vorteil des symmetrischen Dreiphasensystems!

Wie die oben angegebene Gleichung zeigt, genügt es bei einem symmetrischen Dreiphasensystem, die Leistung eines einzelnen Stranges zu messen und die Gesamtleistung als den dreifachen Wert zu bestimmen.

7 Versuchsaufbau

Für die Durchführung des Versuches werden die Generatorwicklungen eines Drehstromgenerators mit Hilfe von drei an das symmetrische Drehstromnetz (230 V / 400 V) angeschlossenen Einphasentransformatoren nachgebildet. Diese Anordnung wirkt auch wie ein einzelner Drehstromtransformator. Die zugänglichen Sekundärseiten der Transformatoren liefern Spannungen, deren Effektivwerte geringer als 50 V sind.

Achtung!

Auch diese niedrige Spannung kann unter Umständen gefährlich werden! Zur Vermeidung von Unfällen sind die einschlägigen Sicherheitsbestimmungen zu beachten!

Die verschiedenen Wicklungen eines Transformators werden durch Zahlen gekennzeichnet, die vor den entsprechenden Buchstaben stehen. Die Oberspannungsseite wird mit der Zahl 1 versehen. Die

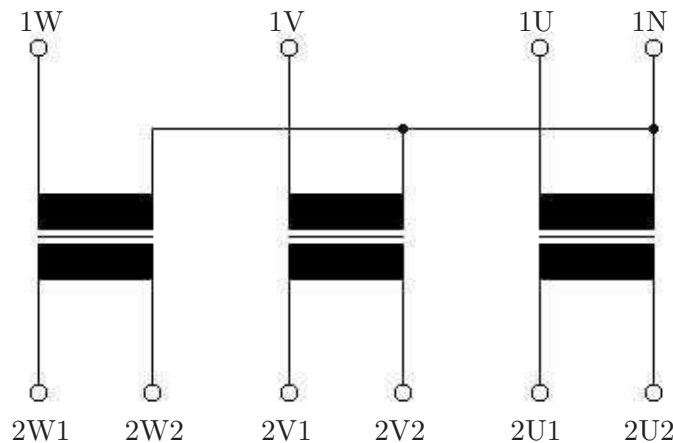


Abbildung 15. Versuchsaufbau zur Nachbildung der Generatorwicklungen eines Drehstromgenerators. Drei Einphasentransformatoren werden von einem Drehstromnetz gespeist.

Unterspannungsseite erhält die Zahl 2. Die Leiteranschlüsse eines Drehstromtransformators werden mit den Buchstaben U,V,W bezeichnet. Der Sternpunktanschluss einer Wicklung wird durch den Buchstaben N gekennzeichnet. Bestehen Wicklungsstränge aus mehreren Teilen, so sind ihre Enden durch die Zahlen 1 bzw. 2 zu kennzeichnen.

Die Transformatorwicklungen können sekundärseitig in Stern- oder Dreieckschaltung betrieben werden. Aufgrund der nichtidealen Eigenschaften der verwendeten Einphasentransformatoren ist das so nachgebildete Drehstromsystem im Allgemeinen nur näherungsweise symmetrisch. Außerdem sind die Beträge und Phasenwinkel der Spannungen lastabhängig.

Hinweis:

Werden beim Aufbau der Dreieckschaltung zwei Klemmen einer Transformatorwicklung vertauscht, so ist die Summe der Spannungen nicht mehr gleich Null. Wird mit den vertauschten Klemmen eine Dreieckschaltung aufgebaut, so kommt es zu einem großen Ausgleichsstrom, der die Transformatoren zerstören kann. Der Versuch muss dann abgebrochen und gegebenenfalls später wiederholt werden.

Werden beim Aufbau einer Sternschaltung die Klemmen einer Transformatorwicklung vertauscht, so ist das nachgebildete Drehstromsystem stark unsymmetrisch.

8 Versuchsdurchführung

1. Schalten Sie die drei Transformatorwicklungen in Dreieckschaltung und messen Sie den Ausgleichsstrom bei richtiger Beschaltung.
2. Schalten Sie die drei Transformatorwicklungen in Sternschaltung und skizzieren Sie die Zeigerdiagramme vor und nach dem Vertauschen von zwei Klemmen einer Transformatorwicklung.
3. Schalten Sie die drei Transformatorwicklungen in Sternschaltung und messen sie für die nachfolgend aufgeführten Belastungsfälle alle Stromstärken und Spannungen.
 - a) Symmetrische Belastung mit ohmschen Widerständen (R-R-R) in Sternschaltung mit angeschlossenem Mittelleiter. Messen Sie die Stromstärke im Mittelleiter. Entfernen Sie den Mittelleiter und messen Sie die Spannung zwischen dem Sternpunkt der Generatornachbildung und dem Sternpunkt des Drehstromverbrauchers. Diskutieren Sie anhand der Ergebnisse die Symmetrieeigenschaften der Schaltung. Zeichnen Sie die Zeigerdiagramme der Stromstärken und Spannungen.

- b) Unsymmetrische Belastung mit einem zusätzlichen Kondensator in Reihe zu einem Widerstand (R-R-RC Reihenschaltung) in Sternschaltung ohne angeschlossenen Mittelleiter. Zeichnen Sie die Zeigerdiagramme der Stromstärken und Spannungen.
 - c) Unsymmetrische Belastung mit einem zusätzlichen Kondensator in Reihe zu einem Widerstand (R-R-RC Reihenschaltung) in Sternschaltung mit angeschlossenen Mittelleiter. Zeichnen Sie die Zeigerdiagramme der Stromstärken und Spannungen.
4. Betreiben Sie die Transformatorwicklungen in Dreieckschaltung und belasten Sie die Generatornachbildung mit einem unsymmetrischen Verbraucher (R-RC Reihenschaltung-RL Reihenschaltung) in Dreieckschaltung. Messen Sie alle Stromstärken und Spannungen und zeichnen Sie die zugehörigen Zeigerdiagramme.
5. Messen Sie die vom Drehstromverbraucher aufgenommene Wirkleistung.
- a) Betreiben Sie die Generatornachbildung in Sternschaltung und belasten Sie diese mit einer symmetrischen Sternschaltung (R-R-R) mit angeschlossenen Mittelleiter. Messen Sie die vom Drehstromverbraucher aufgenommene Wirkleistung unter Berücksichtigung der Symmetrie.
 - b) Entfernen Sie den Mittelleiter und messen Sie die vom Drehstromverbraucher aufgenommene Wirkleistung mit Hilfe der Aron-Schaltung. Vergleichen Sie die Ergebnisse.

Hinweis

Dieser Versuch kann ohne das erforderliche Zeichenmaterial nicht durchgeführt werden. Es sind daher unbedingt Papier, Zirkel und GEO-Dreieck mitzubringen, sonst kann die zur Anerkennung des Versuchs notwendige Auswertung nicht durchgeführt werden.

Wer ohne das erforderliche Zeichenmaterial zum Versuch erscheint, kann an dem Versuch nicht teilnehmen!